

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ

(1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)**Θέμα Α**

A1. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ και $x_0 \in \mathbb{R}$.
Να αποδείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$

Μονάδες 7

A2. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα A και $x_0 \in A$.
Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ;

Μονάδες 4

A3. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνάρτηση 1-1, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε x_1, x_2 ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 = x_2$, τότε $f(x_1) = f(x_2)$.

β) Για κάθε συνάρτηση f η γραφική παράσταση της $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της C_f , που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $x'x$, των τμημάτων της C_f , που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.

γ) Κάθε συνάρτηση που είναι 1-1 είναι γνησίως μονότονη.

δ) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, τότε $f(x) > 0$

ε) Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε είναι υποχρεωτικά $f \circ g \neq g \circ f$

Μονάδες 10

Θέμα Β

B1. Έστω η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ που ικανοποιεί τη σχέση $f^2(x) = (x - 1)^6$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=0$

Μονάδες 3

β) Αν $f(0)>0$ και $f(2024)<0$ να βρείτε την συνάρτηση f

Μονάδες 8

γ) Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να ορίσετε τη συνάρτηση f

Μονάδες 5

B2. Έστω συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι γνησίως αύξουσα. Να λύσετε την εξίσωση $g(x) + g(x - 2) = g(6 - x) + g(8 - x)$.

Μονάδες 9

Θέμα Γ

Γ1. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = -\ln x$ και $g(x) = 1 - \ln x$.

α) Να βρείτε την συνάρτηση $h(x) = fog$

Μονάδες 4

β) Να βρείτε την μονοτονία και το σύνολο τιμών της $h(x)$

Μονάδες 10

γ) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $1 - \ln x = \frac{1}{e^{1987}}$.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε τις τιμές των αριθμών α, β ώστε να ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} - ax + \beta) = 2$$

Μονάδες 5

Θέμα Δ

Δ1. Θεωρούμε τη συνεχή συνάρτηση $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{h(x-1)-4}{x-3} = 8.$$

α) Να βρείτε το $h(2)$

Μονάδες 4

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{h(x) - x^2 + \eta\mu(x-2)}{x-2}$

Μονάδες 4

γ) Να δείξετε ότι η εξίσωση $xh(x) = 6$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο \mathbb{R}

Μονάδες 4

Δ2. Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση τέτοια ώστε :

$(f \circ f)(x) = 4x + 9$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι :

α) Η f είναι 1-1

Μονάδες 3

β) $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(f(x) - 9)$

Μονάδες 3

γ) $f(4x + 9) = 4f(x) + 9$

Μονάδες 3

δ) Υπάρχει $\alpha \in \mathbb{R}$ τέτοιο ώστε : $f(\alpha) = \alpha$.

Μονάδες 4

Καλή Τύχη !