

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ  
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)  
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ  
(2<sup>ο</sup> – 3.1 ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)

**Θέμα 1**

**A)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου με κέντρο  $O(0,0)$  και ακτίνα  $\rho$ , είναι η  $x^2 + y^2 = \rho^2$ .

**(Μονάδες 10)**

**B)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γ την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Οι διχοτόμοι των γωνιών των αξόνων  $x'x$ ,  $y'y$  έχουν εξισώσεις  $y = x$  και  $y = -x$  και τέμνονται κάθετα.

β) Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$  είναι πάντα εξίσωση ευθείας.

γ) Οι ευθείες  $2x - 3y = 11$  και  $4y + 3x + 9 = 0$  έχουν κοινό σημείο το  $(-1, 3)$ .

δ) Η εφαπτομένη ευθεία του κύκλου  $x^2 + y^2 = 1$  στο σημείο με τετμημένη 1 έχει εξίσωση  $x + y = 1$

ε) Από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  περνά μία μόνο ευθεία με δεδομένο συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$ .

**(Μονάδες 15)**

**Θέμα 2**

α) Να αποδείξετε ότι οι κύκλοι  $C_1: (x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 121$  και  $C_2: x^2 + y^2 = 1$  εφάπτονται εξωτερικά.

**(Μονάδες 8)**

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου επαφής.

**(Μονάδες 8)**

γ) Να βρείτε την εξίσωση της κοινής εσωτερικής εφαπτομένης των παραπάνω κύκλων.

(Μονάδες 9)

### Θέμα 3

Υποθέτουμε, ότι σε ένα επίπεδο που έχουμε εφοδιάσει με ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων, κινούνται δύο σημεία A και B. Κάθε χρονική στιγμή  $t$  με  $t \geq 0$  η θέση του πρώτου σημείου είναι  $A(t-1, 2t-1)$  και του δευτέρου  $B(3t-1, -4t-1)$ .

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των γραμμών πάνω στις οποίες κινούνται τα δύο σημεία.

(Μονάδες 8)

β) Υπάρχει χρονική στιγμή κατά την οποία τα δύο σημεία ταυτίζονται;

(Μονάδες 7)

γ) Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σημείων την χρονική στιγμή  $t=2$ .

(Μονάδες 5)

δ) Να βρεθεί η χρονική στιγμή  $t$  κατά την οποία η απόσταση του σημείου A από την ευθεία  $\varepsilon: 4x+3y+7=0$  ισούται με 6.

(Μονάδες 5)

### Θέμα 4

Δίνονται οι εξισώσεις  $(x + y - 1)(x + y + 1) = 2xy$  (1) και  $(\lambda - 1)x + (2\lambda + 3)y + 2\lambda - 5 = 0$  (2)  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο C με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα  $\rho=1$ .

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι, για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση (2) παριστάνει ευθεία. Κατόπιν να αποδείξετε ότι οι ευθείες που προκύπτουν από την (2) για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$  διέρχονται από το ίδιο σημείο, το οποίο να προσδιορίσετε.

**(Μονάδες 9)**

γ) Έστω  $A$  και  $B$  τα σημεία τομής του κύκλου  $C$  με τους θετικούς ημιάξονες  $Ox$  και  $Oy$  αντίστοιχα. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\lambda$ , ώστε η ευθεία  $AB$  να προκύπτει από την εξίσωση (2).

**(Μονάδες 8)**

Καλή τύχη !