

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ
(4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)

Θέμα 1

A) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$.

(Μονάδες 10)

B) Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε να αποδείξετε ότι ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου a_0 .

(Μονάδες 10)

Θέμα 2

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2(x-1)^{20} - 3(x-1)^{10} + 5x^2 - 3x - 2$.

α) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$.

(Μονάδες 8)

β) i. Να υπολογίσετε την τιμή $P(0)$.

(Μονάδες 4)

ii. Είναι το x παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

Θέμα 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + (a - 2)x^2 + \beta x + 36$

α) Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 2$ και διαιρούμενο με το $x + 1$ αφήνει υπόλοιπο 30. Να βρεθούν οι τιμές των α, β

(Μονάδες 5)

β) Για $\alpha = -7, \beta = -4$

i. Να γραφτεί η ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης με το $x - 2$

(Μονάδες 5)

ii. Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$

(Μονάδες 5)

iii. Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα x

(Μονάδες 5)

Θέμα 4

α) Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = x$

(Μονάδες 6)

β) Να λυθεί η εξίσωση $x^6 - 9x^4 - x^2 + 9 = 0$

(Μονάδες 8)

γ) Να λυθεί η ανίσωση $\frac{x+2}{x-1} < \frac{6x}{x+1}$

(Μονάδες 6)

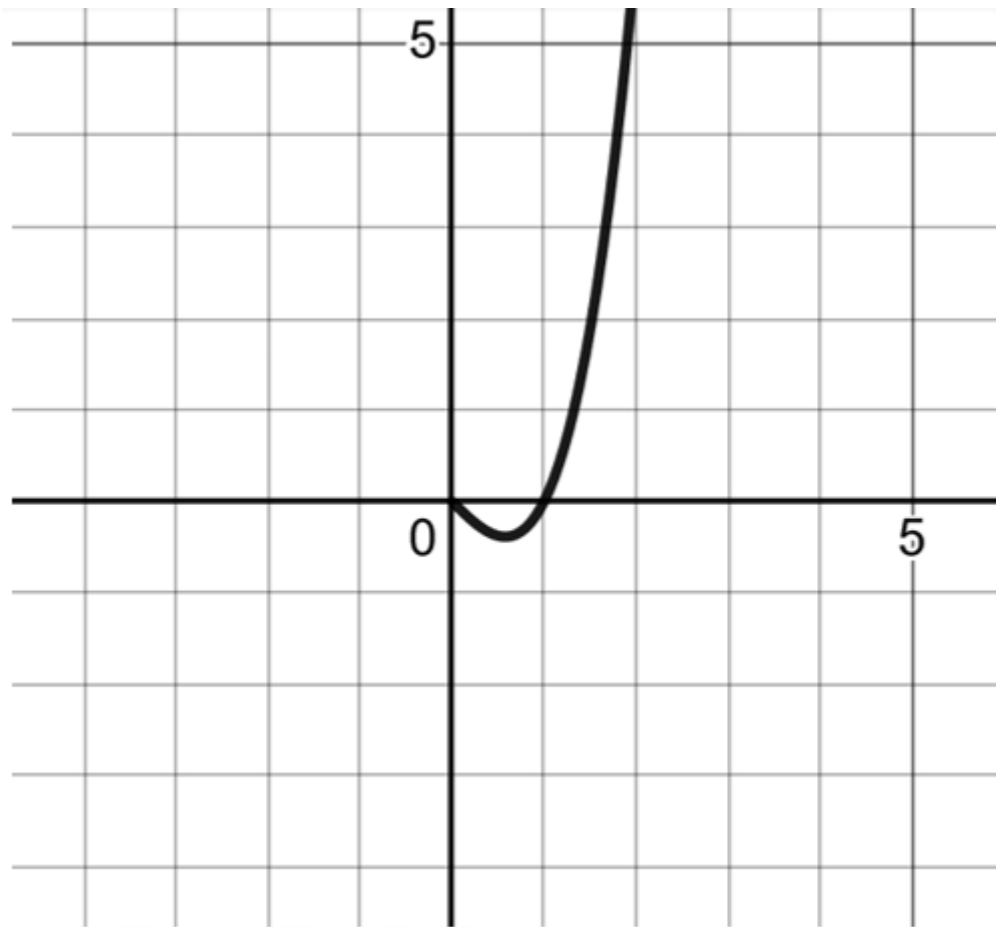
Θέμα 5

Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{όταν } x \geq 0 \\ -\sqrt[3]{-x}, & \text{όταν } x < 0 \end{cases}$ και $h(x) = x^3 - x, x \in \mathbf{R}$

α) i. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση h είναι περιττή.

(Μονάδες 03)

ii. Να συμπληρώσετε το παρακάτω σχήμα ώστε να παριστάνει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης h .



(Μονάδες 04)

iii. Χωρίς να χρησιμοποιήσετε το παραπάνω σχήμα, να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h με τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 07)

β) Αν $x \geq 0$ να αποδείξετε ότι: η γραφική παράσταση της συνάρτησης g βρίσκεται πάνω από την ευθεία $\varepsilon: y=x$ αν και μόνο αν η γραφική παράσταση της h βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 6)

Καλή τύχη !