

Τάξη : Ά Λυκείου

Μάθημα : Άλγεβρα

Εξεταστέα Ύλη : 6^ο Κεφάλαιο

Διάρκεια Εξέτασης : 2 ώρες

Εκφωνήσεις**Θέμα 1**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 9} + \kappa$ όπου κ πραγματικός αριθμός

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού κ αν η C_f διέρχεται από το σημείο $A(\sqrt{10}, 20)$.

(Μονάδες 10)**Θέμα 2**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x - 1| - 10$

α) Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες xx , yy .

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού x για τις οποίες η C_f βρίσκεται κάτω από τον άξονα xx .

(Μονάδες 10)**Θέμα 3**

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x| - 1}$, $g(x) = \sqrt{4x^2}$

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού τους .

(Μονάδες 6)

β) Να απλοποιηθεί ο τύπος των συναρτήσεων .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία των C_f , C_g .

(Μονάδες 6)

Θέμα 4

Δίνεται η ευθεία : $f(x) = (|a - 2| - 3)x + a^3 - 8$, με a πραγματικό αριθμό . Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού a ώστε η ευθεία.

α) Να σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονά xx .

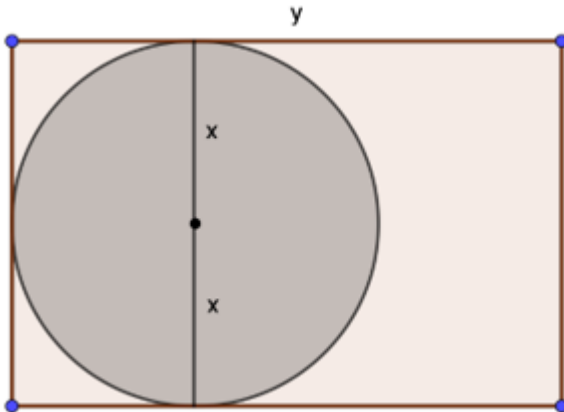
(Μονάδες 10)

β) Να διέρχεται από την αρχή των αξόνων .

(Μονάδες 10)

Θέμα 5

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο με μήκος y cm και περίμετρο 10 cm. Μέσα σε αυτό δίνεται κύκλος με ακτίνα x cm, ο οποίος εφάπτεται στις τρεις πλευρές του ορθογωνίου.



α) i. Να αποδείξετε ότι η σχέση που εκφράζει το μήκος y (σε cm) του ορθογωνίου ως συνάρτηση της ακτίνας x του κύκλου είναι: $y = 5 - 2x$,

$$x \in \left(0, \frac{5}{2}\right).$$

(Μονάδες 4)

ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου (σε cm^2) δίνεται από τη σχέση $E_{\text{ορθ}} = 10x - 4x^2$, $x \in \left(0, \frac{5}{2}\right)$.

(Μονάδες 4)

β) Να αποδείξετε ότι το μέρος του εμβαδού του ορθογωνίου (σε cm^2) που βρίσκεται έξω από τον κύκλο δίνεται από τη σχέση: $E = 10x - (\pi + 4)x^2$, $x \in \left(0, \frac{5}{2}\right)$.

(Μονάδες 4)

γ) Αν το εμβαδό E του ορθογωνίου που βρίσκεται έξω από τον κύκλο είναι ίσο με $(6 - \pi)\text{cm}^2$ και ο x είναι ένας ρητός αριθμός, τότε να βρείτε:

i. την ακτίνα x του κύκλου.

(Μονάδες 4)

ii. τις διαστάσεις του ορθογωνίου.

(Μονάδες 4)

Καλή τύχη !