

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

(1<sup>ο</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)

**Θέμα 1**

**A)** Αν  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δύο διανύσματα του επιπέδου με συντελεστές διεύθυνσης

$\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$ .

**(Μονάδες 10)**

**B)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γ την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν ο σημείο αναφοράς τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα  $\vec{AB}$  ισχύει  $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$ .

β) Αν  $\lambda \cdot \vec{\alpha} = \lambda \cdot \vec{\beta}$  και  $\lambda \in \mathbb{R}$  τότε οπωσδήποτε  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ .

γ) Αν  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$  τότε  $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$ .

δ) Αν  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$  τότε  $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$ .

ε) Για κάθε διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει :  $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$

**(Μονάδες 10)**

**Θέμα 2**

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με τρεις κορυφές τα σημεία Α(1,1), Γ(4, 3) και Δ(2, 3).

α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του ΑΒΓΔ.

**(Μονάδες 10)**

β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Κ των διαγώνιων ΑΓ και ΒΔ, καθώς και τις συντεταγμένες της κορυφής Β.

(Μονάδες 10)

### Θέμα 3

Θεωρούμε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}=(1,1)$ ,  $\vec{\beta}=(-6,0)$  και  $\vec{\gamma}=\kappa\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ ,  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα  $|\vec{\alpha}|=\sqrt{2}$  και  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -6$ .

(Μονάδες 8)

β) Αν  $\vec{\alpha} \perp \vec{\gamma}$  τότε:

i) Να αποδείξετε ότι  $\kappa=3$ .

(Μονάδες 6)

ii) Να υπολογίσετε το  $|\vec{\gamma}|$  Να υπολογίσετε τη γωνία  $(\vec{\beta}, \vec{\gamma})$ .

(Μονάδες 6)

### Θέμα 4

α) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  ισχύει:

$$|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 + |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|^2 = 2|\vec{\alpha}|^2 + 2|\vec{\beta}|^2.$$

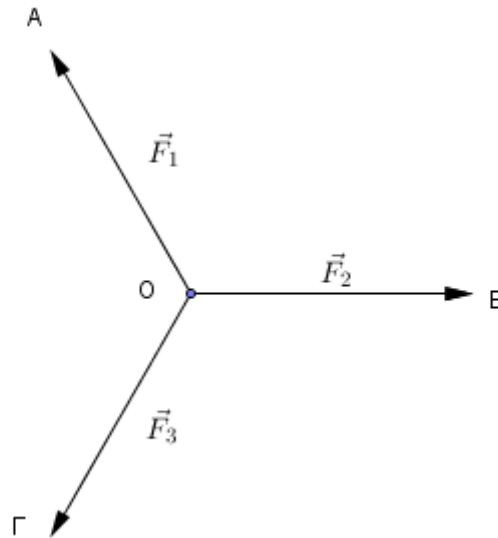
(Μονάδες 10)

β) Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με πλευρά ίση με τη μονάδα και  $\overline{AB} = \vec{\alpha}$ ,  $\overline{AD} = \vec{\beta}$ . Αν η διαγώνιός του ΑΓ έχει μήκος  $\sqrt{3}$ , να βρείτε το μήκος της διαγώνιου ΒΔ.

(Μονάδες 10)

### Θέμα 5

Σε ένα υλικό σημείο Ο εφαρμόζονται τρεις δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  οι οποίες σχηματίζουν ανά δύο γωνία  $120^\circ$ , έτσι ώστε το υλικό σημείο Ο να ισορροπεί.



α) Ποια σχέση ανάμεσα στα διανύσματα  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  εκφράζει την συνθήκη ισοροπίας;

**(Μονάδες 4)**

β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$  είναι αντίθετα.

**(Μονάδες 4)**

γ) Αν Α, Β, Γ, Δ είναι τα πέρατα των διανυσμάτων  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  και  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ , αντίστοιχα (θεωρούμενων ως διανυσμάτων με αρχή το σημείο Ο), τότε να αποδείξετε ότι:

i.  $\widehat{ΑΟΔ} = \widehat{ΒΟΔ} = 60^\circ$ .

**(Μονάδες 4)**

ii.  $\widehat{ΟΔΒ} = 60^\circ$ .

**(Μονάδες 4)**

δ) Να αποδείξετε ότι:  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$ .

**(Μονάδες 4)**

**Καλή τύχη !**