

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

(3<sup>ο</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)

**Θέμα 1**

**A)** Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη  $\epsilon$  του κύκλου  $C : x^2 + y^2 = \rho^2$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

(Μονάδες 10)

**B)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γ την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η παραβολή με εστία το σημείο  $(1, 0)$  έχει παράμετρο  $p = 2$

β) Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων  $Oxy$  η παραβολή  $y^2 = 2px$  βρίσκεται πάντα στο ημιεπίπεδο που ορίζει ο άξονας  $y'$  και η εστία  $E$ .

γ) Ο κύκλος  $x^2 + y^2 = 1$  περνά από την εστία της παραβολής  $y^2 = 4x$ .

δ) Δύο ελλείψεις που έχουν τις ίδιες εστίες, είναι όμοιες

ε) Η ευθεία  $x = 2$  είναι εφαπτομένη της έλλειψης  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$

(Μονάδες 15)

**Θέμα 2**

Η υπερβολή στο παρακάτω σχήμα έχει εστίες τα σημεία  $E'(-10, 0)$  και  $E(10, 0)$  και κορυφές τα σημεία  $A'(-8, 0)$  και  $A(8, 0)$ .

α) Να αποδείξετε ότι η υπερβολή έχει εξίσωση  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ .

(Μονάδες 12)

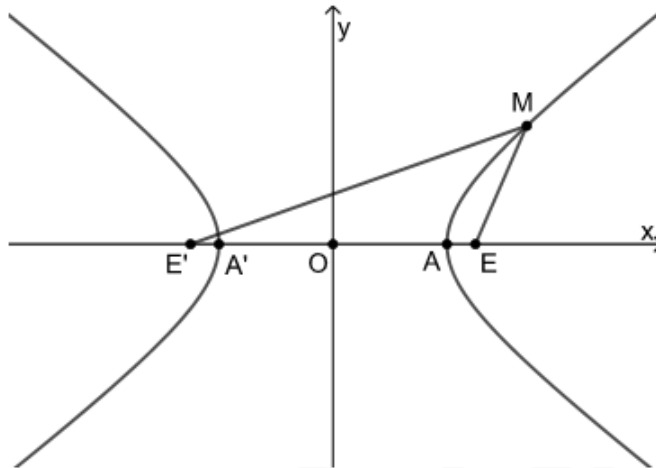
β) Έστω  $M$  ένα σημείο της υπερβολής.

ι) Να αποδείξετε ότι  $|(ME') - (ME)| = 16$ .

(Μονάδες 8)

ii) Αν  $(ME) = 9$ , να βρείτε την απόσταση του σημείου  $M$  από την εστία  $E'$ .

(Μονάδες 5)



### Θέμα 3

Δίνονται δύο κωνικές τομές : η παραβολή  $y^2 = 2px$ , και η έλλειψη  $4x^2 + 2y^2 = 3p^2$ ,  $p > 0$ .

α) Να αποδείξετε ότι οι εστίες  $E$  και  $E'$  της έλλειψης είναι τα σημεία  $E\left(0, \frac{\sqrt{3}p}{2}\right)$  και  $E'\left(0, -\frac{\sqrt{3}p}{2}\right)$ .

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία τομής  $K$  και  $\Lambda$  των δύο κωνικών τομών είναι τα σημεία  $K\left(\frac{p}{2}, p\right)$  και  $\Lambda\left(\frac{p}{2}, -p\right)$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες των δύο κωνικών τομών στο σημείο  $K\left(\frac{p}{2}, p\right)$  είναι κάθετες.

(Μονάδες 9)

### Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2x\cos\theta - 2y\sin\theta - 1 = 0$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ .

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\theta$  η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο, του οποίου να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα.

**(Μονάδες 8)**

β) Αν  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο  $M(1,2)$ .

**(Μονάδες 8)**

γ) Να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του  $\theta$  τα κέντρα των παραπάνω κύκλων βρίσκονται σε κύκλο με κέντρο  $O(0,0)$  και ακτίνα  $\rho = 1$ .

**(Μονάδες 9)**

Καλή τύχη !