

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ
(5^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)

Θέμα 1

A) Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, $\theta_1, \theta_2, > 0$ τότε να αποδείξετε ότι

$$\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 + \log_a\theta_2$$

(Μονάδες 10)

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ είναι γνησίως αύξουσα.

β) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ και

$g(x) = 3^x$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $x'x$.

γ) Η εξίσωση $3^x + 3 = 0$ είναι αδύνατη.

δ) Ισχύει $e^{\ln\theta} = \theta$ για θ θετικό αριθμό.

ε) Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 10)

Θέμα 2

α) Να λυθεί η ανίσωση $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 > 0$

(Μονάδες 10)

β) Να λυθεί η ανίσωση $\log(x^2 - 4) < \log 3x$

(Μονάδες 10)

Θέμα 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\alpha-10}{1-\alpha}\right)^x$ όπου α πραγματικός αριθμός.

α) Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες ορίζεται η συνάρτηση.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα .

(Μονάδες 5)

δ) Για $\alpha = 4$ να λυθεί η εξίσωση $f(2x) = 3f(x) - f(1)$.

(Μονάδες 5)

Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x}-1}{e^x+1}\right)$

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 6)

β) Να λυθεί η εξίσωση: $f(x) = 0$

(Μονάδες 6)

γ) Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 8)

Θέμα 5

Ένα ζεστό ρόφημα τη στιγμή που σερβίρεται, σε θερμοκρασία του

περιβάλλοντος που είναι $T_a = 25^\circ\text{C}$, έχει θερμοκρασία $T_0 = 73^\circ\text{C}$. Η

θερμοκρασία του ροφήματος μετά από t λεπτά δίνεται, σύμφωνα με

τον νόμο ψύξης του Νεύτωνα, από την συνάρτηση $T(t) = T_{\alpha} + ce^{-kt}$ όπου όπου c , k κατάλληλες σταθερές και $t \in [0, 60]$. Αν είναι γνωστό ότι η θερμοκρασία του ροφήματος μετά από 10 λεπτά είναι 61°C , τότε:

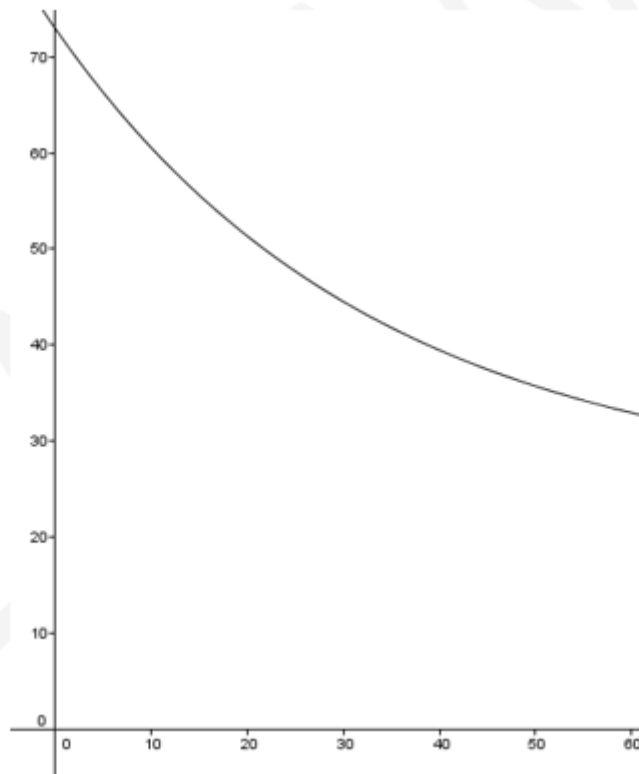
α) Να αποδείξετε ότι $c = 48$.

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε την σταθερά k . (Θεωρήστε $\ln 0,75 = -0,3$).

(Μονάδες 6)

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $T(t)$ φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



γ) Να βρείτε την θερμοκρασία του ροφήματος 40 λεπτά μετά το σερβίρισμα. (Θεωρήστε $e^{-1,2} = 0,3$).

(Μονάδες 5)

δ) Αν θεωρήσουμε ότι ο καταναλωτής έχει την αίσθηση του ζεστού όταν η θερμοκρασία του ροφήματος είναι μεγαλύτερη από 40°C , να αιτιολογήσετε, με βάση τη γραφική παράσταση και το αποτέλεσμα του ερωτήματος γ), γιατί πριν περάσουν 40 λεπτά ο καταναλωτής του ροφήματος έχει την αίσθηση ότι το ρόφημα δεν είναι πλέον ζεστό.

(Μονάδες 5)

Καλή τύχη !