

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΥΟ (2)**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ**  
**(4<sup>ο</sup>- 5<sup>ο</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)**

**Θέμα 1**

α) Να αποδείξετε ότι το  $x-r$  είναι παράγοντας του  $P(x)$  αν και μόνο αν το  $r$  είναι ρίζα του  $P(x)$

**(Μονάδες 15)**

β) Αν  $0 < a \neq 1, \theta > 0$  να αποδείξετε ότι  $\log_a \theta^k = k \cdot \log_a \theta$ .

**(Μονάδες 10)**

**Θέμα 2**

α) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = (x-3)^{2014} + (x-4)^{2018} - 1$ . Να αποδείξετε ότι οι παράγοντες του  $Q(x) = x^2 - 4x + 3$  είναι παράγοντες και του  $P(x)$

**(Μονάδες 4)**

β) Να λύσετε την ανίσωση  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$ .

**(Μονάδες 7)**

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 + x = \sqrt{x^2 + x + 2}$ .

**(Μονάδες 7)**

δ) Να λυθεί η ανίσωση  $\frac{2^x - 8}{\left(\frac{1}{5}\right)^x - 25} \geq 0$

**(Μονάδες 7)**

**Θέμα 3**

Δίνεται το  $P(x) = x^4 - (\alpha - 2)x^3 + (2\alpha + \beta)x^2 - 2(\alpha + \beta + 1)x + 12$ , με  $\alpha, \beta$  πραγματικούς αριθμούς. Το  $P(x)$  έχει ρίζα το  $x=1$  και τέμνει τον άξονα  $x$  στο σημείο  $A$  με τετμημένη το  $x=3$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 10$  και  $\beta = 3$ .

(Μονάδες 7)

β) Για  $\alpha = 10$  και  $\beta = 3$

i) Να λυθεί η ανίσωση  $P(x) > 0$ .

(Μονάδες 9)

ii) Να λυθεί η ανίσωση  $P(\ln x) > 0$ .

(Μονάδες 8)

#### Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \alpha \ln^2 x + 8 \ln^2 x \cdot \ln(e^2 \cdot x)$  με  $x > 0$  και  $\alpha$  πραγματικό αριθμό

α) Αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(e^2, 144)$ , να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός  $\alpha$ .

(Μονάδες 6)

β) Για  $\alpha = 1$

i) Να δείξετε ότι  $f(x) = (\ln^2 x + 4 \ln x)^2$ .

(Μονάδες 10)

ii) Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = 0$ .

(Μονάδες 9)

Καλή τύχη !