

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 3 ΩΡΕΣ
(ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΙ 1.1 ΕΩΣ 1.3 ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ)

Θέμα Α

A1. Να αποδείξετε ότι αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα τότε οι εξισώσεις $f(x)=f^{-1}(x)$ και $f(x)=x$ είναι ισοδύναμες .

Μονάδες 9

A2. Πότε λέμε ότι οι συναρτήσεις f και g είναι ίσες ($f = g$) ;

Μονάδες 3

A3. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται: γνησίως φθίνουσα σ' ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;

Μονάδες 3

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν ορίζονται οι συνθέσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες.

β) Αν μια συνάρτηση $f:A \rightarrow B$ είναι 1-1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει $f^{-1}(f(x)) = x, x \in A$ και $f(f^{-1}(y)) = y, y \in f(A)$

γ) Αν μια συνάρτηση $f:A \rightarrow B$ είναι 1-1, τότε υπάρχουν σημεία της με την ίδια τεταγμένη.

δ) Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και $-f$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $x'x$.

ε) Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη.

Μονάδες 10

Θέμα Β

B1. Αν $f: (-\infty, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$h(x) = f(\sqrt{x}) - f(|x| - 2)$$

Μονάδες 15

B2. Η γραφική παράσταση μίας γνησίως μονότονης $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διέρχεται από τα σημεία $A(2,5)$, $B(3,7)$.

α) Να δείξετε ότι είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 3

β) Να λυθεί η ανίσωση $\varphi^{-1}(12 - \varphi(2^x - 1)) > 2$

Μονάδες 7

Θέμα Γ

Γ1. Δίνεται $h(x) = \ln(x - 3) + x + 10$

α) Να δείξετε ότι ορίζεται η αντίστροφη h^{-1} .

Μονάδες 3

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων h και h^{-1} .

Μονάδες 7

Γ2. Να αποδείξετε ότι η $f: [-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^2 + 6x + 10$ είναι "1-1" και να βρείτε την $f^{-1}(x)$.

Μονάδες 10

Γ3. Να βρείτε την συνάρτηση $g(x)$ αν $g(e^x) = 3x^2 - 2x + 4$, $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Θέμα Δ

Δ1. Δίνεται η $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $h^3(x) + 2h(x) = 5x$, $x \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι η h είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Μονάδες 7

Δ2. Θεωρούμε συνάρτηση f ορισμένη και γνησίως φθίνουσα στο $(0, +\infty)$ καθώς και την $g(x) = f(x) - 3\ln x$, $x > 0$.

α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, +\infty)$

Μονάδες 3

β) Αν το σημείο $A(1, 2)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της g , τότε να λύσετε :

β1) την εξίσωση $f(x-1) = 2 + 3\ln(x-1)$

Μονάδες 3

β2) την ανίσωσή $\ln(\ln x)^3 < f(\ln x) - 2$

Μονάδες 4

Δ3. Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = x^3 + 1$. Να δείξετε ότι αντιστρέφεται και ορίσετε την συνάρτηση φ^{-1}

Μονάδες 8

Καλή Τύχη !