

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

Θέμα 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Αν ισχύει $|\vec{\alpha}| = \lambda |\vec{\beta}|$ τότε υποχρεωτικά $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$.
- ii. Η εφαπτομένη του κύκλου C: $x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του A (x_1, y_1), έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.
- iii. Η διευθετούσα της παραβολής $y^2 = 2px$, έχει εξίσωση $x = -\frac{p}{2}$.
- iv. Η εκκεντρότητα μιας έλλειψης είναι μικρότερη της μονάδας.
- v. Η εξίσωση: $x^2 + y^2 = a^2$ είναι εξίσωση ισοσκελούς υπερβολής.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A(x_0, y_0) και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$.

(Μονάδες 15)

Θέμα 2

Δίνεται η ισοσκελής υπερβολή C: $x^2 - y^2 = 1$

α) Να βρείτε τις εστίες και τις ασύμπτωτες της υπερβολής C.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τα σημεία M της υπερβολής C για τα οποία ισχύει

$(ME) + (ME') = 4$ όπου E, E' οι εστίες της υπερβολής C.

(Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία τα σημεία που βρήκατε στο ερώτημα β) είναι κορυφές ορθογώνιου παραλληλόγραμμου.

(Μονάδες 7)

Θέμα 3

α) Δίνεται η ευθεία $\epsilon: -x + y - 2 = 0$ και τα σημεία $A(-5,1)$ και $B(-3,5)$. Να βρείτε :

i) Το συμμετρικό του σημείου A ως προς το σημείο B.

(Μονάδες 4)

ii) Την εξίσωση της ευθείας ϵ' που διέρχεται από το B και είναι κάθετη στην ϵ .

(Μονάδες 4)

iii) Το σημείο τομής των ευθειών ϵ και ϵ' .

(Μονάδες 4)

iv) Το συμμετρικό του σημείου B ως προς την ευθεία ϵ .

(Μονάδες 4)

β) Έστω διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ με $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = |\vec{\gamma}| = 1$, $(\widehat{\vec{\beta}, \vec{\gamma}}) = \frac{\pi}{6}$ και $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\gamma}}) = \frac{\pi}{3}$. Να βρείτε τον αριθμό x για τον οποίο ισχύει :

$$|\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}| = |\vec{\alpha} + \vec{\beta} + x \cdot \vec{\gamma}|$$

(Μονάδες 9)

Θέμα 4

Το κέντρο K ενός κύκλου (c) βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο και είναι σημείο της ευθείας (ϵ): $y=2x - 1$. Ο κύκλος (c) έχει ακτίνα $\rho=3\sqrt{2}$ και η ευθεία (ζ): $x + y - 2 = 0$ εφάπτεται στον κύκλο στο σημείο A.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου (c) είναι

$$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 18.$$

(Μονάδες 09)

β) Να αποδείξετε ότι:

i) Η εξίσωση της ευθείας ΚΑ είναι η $x - y + 2 = 0$.

(Μονάδες 05)

ii) Οι συντεταγμένες του Α είναι (0,2).

(Μονάδες 04)

γ) Να υπολογισθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΛΜ, όπου Μ και Λ είναι τα σημεία τομής της ευθείας (ε) με τον κύκλο (c).

(Μονάδες 07)

Καλή τύχη !