

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

Θέμα 1

α) Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε να αποδείξετε ότι ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 .

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

(Μονάδες 10)

γ) Πότε μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιττή ;

(Μονάδες 5)

Θέμα 2

Έστω $P(x)$ πολυώνυμο τρίτου βαθμού το οποίο διαιρείται από το πολυώνυμο x^2+3x και η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης διέρχεται από τα σημεία $A(1,-4)$ και $B(-1,6)$.

α) Να δείξετε ότι $P(x) = x^3 + x^2 - 6x$.

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)}{1-e^{x-1}} \geq 0$.

(Μονάδες 8)

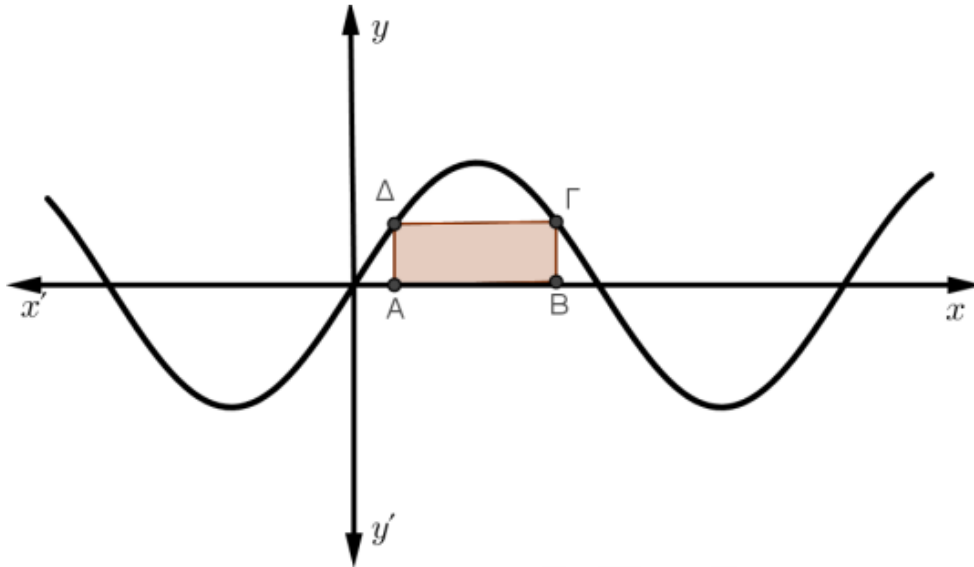
γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης με την ευθεία $y = 6$.

(Μονάδες 7)

Θέμα 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = 2 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi x}{4}\right).$$



α) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

β) Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $A\left(\frac{2}{3}, 0\right)$. Να βρείτε:

i). τις συντεταγμένες του σημείου Δ .

(Μονάδες 10)

ii). τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ .

(Μονάδες 10)

Θέμα 4

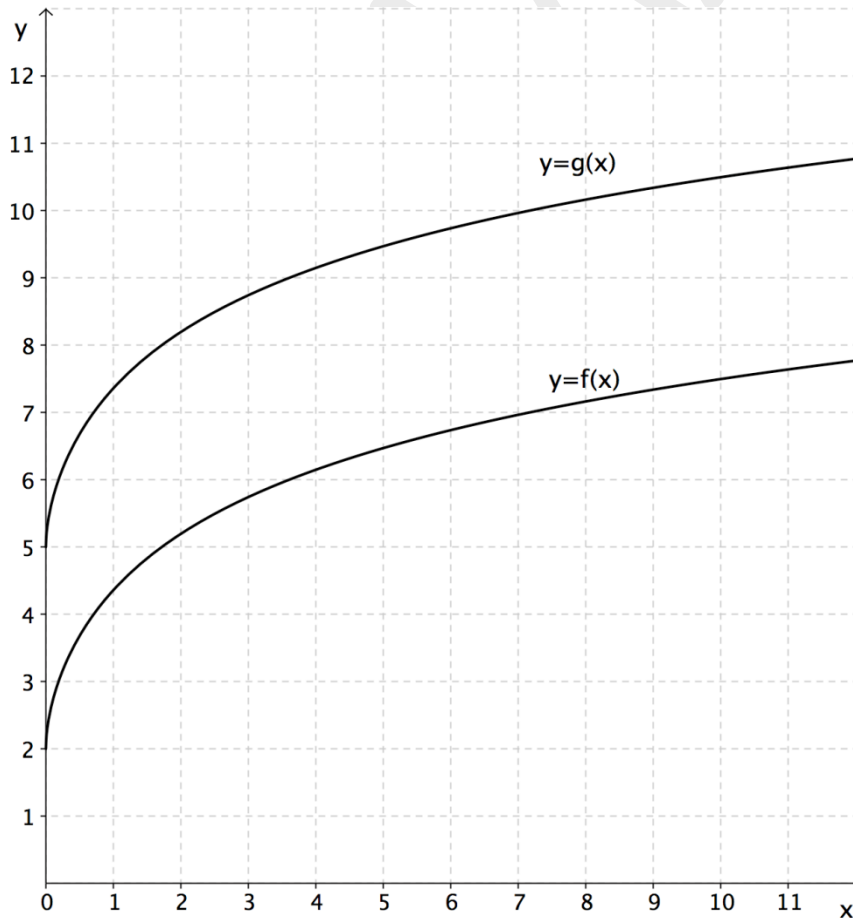
Ένας ερευνητής πραγματοποίησε μια στατιστική μελέτη για την μεταβολή του βάρους των Ελληνοπαίδων. Τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνονται στο παρακάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, όπου παριστάνονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f και g . Στον οριζόντιο άξονα x' καταγράφεται η ηλικία σε μήνες και στον

κατακόρυφο άξονα $y'y$ το βάρος σε κιλά. Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει τις ελάχιστες φυσιολογικές τιμές και η γραφική παράσταση της g τις μέγιστες φυσιολογικές τιμές που μπορεί να έχει ένα παιδί κατά την διάρκεια του πρώτου έτους της ηλικίας του.

Γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση f έχει τύπο

$$f(x) = a\sqrt{\ln(x+1)} + \ln(x+1) + \beta, \quad x \geq 0, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

και ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(0,2)$ και $B(e^2 - 1, 2\sqrt{2} + 4)$ ενώ για την γραφική παράσταση της g , γνωρίζουμε ότι προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f μετατοπισμένη κατά 3 μονάδες προς τα πάνω.



α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 2$. Στην συνέχεια να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g .

(Μονάδες 10)

β) Να προσδιορίσετε γραφικά (κατά προσέγγιση) την ηλικία κατά την οποία η ελάχιστη φυσιολογική τιμή του βάρους ενός παιδιού είναι τα 5 κιλά. Στη συνέχεια, με αλγεβρικό τρόπο, να βρείτε με ακρίβεια την ηλικία.

(Μονάδες 8)

γ) Το βάρος ενός παιδιού στο τέλος του 12^ο μήνα βρέθηκε 13 κιλά. Πως θα το χαρακτηρίζατε: υπέρβαρο, φυσιολογικό ή λιποβαρές; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας με αλγεβρικό τρόπο.

(Μονάδες 7)**Καλή τύχη !**