

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ**

**Θέμα 1**

- α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.
- i) Κάθε διάνυσμα στον χώρο είναι ίσο με τη διανυσματική ακτίνα του πέρατος μείον τη διανυσματική ακτίνα της αρχής.
- ii) Η ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  και είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$  έχει εξίσωση  $x = x_0$ .
- iii) Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\eta} = (A, B)$ .
- iv) Η παραβολή με εξίσωση  $y^2 = 4x$  έχει εστία το σημείο  $E(1, 0)$ .
- v) Η εφαπτομένη του κύκλου  $x^2 + y^2 = \rho^2$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

**(Μονάδες 10)**

- β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  είναι  $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

**(Μονάδες 15)**

**Θέμα 2**

Δίνεται η έλλειψη C:  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

- α) Να βρείτε τις εστίες  $E_1, E_2$ , την εκκεντρότητα και την εφαπτομένη  $\epsilon$  της έλλειψης C στο σημείο  $E\left(4, \frac{9}{5}\right)$ .

(Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι  $d(E, \varepsilon) \cdot d(E', \varepsilon) = 9$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ για τα οποία ισχύει

$$(|\overline{ME}| - |\overline{ME'}|)^2 = 32.$$

(Μονάδες 8)

### Θέμα 3

Δίνεται η εξίσωση  $5x^2 + 5y^2 - 20x + 16 = 0$ . (1)

α) Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο και να βρείτε το κέντρο του και την ακτίνα του .

(Μονάδες 5)

β) Να βρεθούν οι εφαπτόμενες του κύκλου που διέρχονται από την αρχή των αξόνων .

(Μονάδες 10)

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής  $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  που έχει ασύμπτωτες τις ευθείες του ερωτήματος β) αν επιπλέον ισχύει  $\alpha^2 + \beta^2 = 20$ .

(Μονάδες 10)

### Θέμα 4

α) Να αποδειχθεί ότι για όλα τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  ισχύει:

$$|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 + |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|^2 = 2|\vec{\alpha}|^2 + 2|\vec{\beta}|^2 \quad (1)$$

(Μονάδες 06)

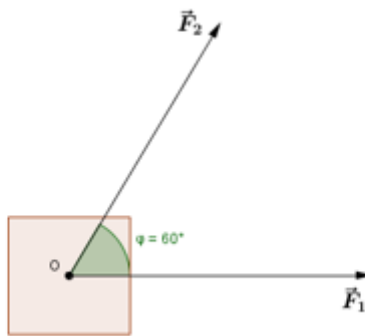
β) Δίνεται το παραλληλόγραμμο  $OAGB$  με  $\overline{OA} = \vec{\alpha}$  και  $\overline{OB} = \vec{\beta}$ .ι) Να σχεδιάσετε τα διανύσματα  $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  και  $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 05)

ii) Να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία της ισότητας (1).

**(Μονάδες 04)**

γ) Ένα σώμα σύρεται πάνω σε λείο επίπεδο από δύο ανθρώπους, οι οποίοι εξασκούν πάνω σε αυτό δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα  $10\text{ N}$  (Newton) και η γωνία που σχηματίζουν είναι  $60^\circ$ . Να σχεδιάσετε την συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}$  και να βρείτε το μέτρο της.



**(Μονάδες 10)**

**Καλή τύχη !**