

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

Θέμα 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i) $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x, \theta > 0$.

ii) Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2.$$

iii) $\eta \mu^2 \omega + \sigma \upsilon \nu^2 x = 1$.

iv) $\eta \mu(\pi + \alpha) = \eta \mu \alpha$.

v) Η εξίσωση $x^3 + 2x - 1 = 0$ έχει ακέραιες ρίζες.

(Μονάδες 10)

β) Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A ονομάζεται γνησίως αύξουσα;

(Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνον αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνον αν $P(\rho) = 0$.

(Μονάδες 10)

Θέμα 2

Έστω $Q(t)$ η τιμή ενός προϊόντος (σε εκατοντάδες χιλιάδες ευρώ), t έτη μετά την κυκλοφορία του προϊόντος στην αγορά. Η αρχική τιμή του

προϊόντος ήταν 300.000 ευρώ, ενώ μετά από 6 μήνες η τιμή του είχε μειωθεί στο μισό της αρχικής του τιμής. Αν είναι γνωστό ότι ισχύει

$\ln Q(t) = \alpha t + \beta$, $t \geq 0$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, τότε:

α) Να δείξετε ότι $Q(t) = 3 \cdot 4^{-t}$, $t \geq 0$,

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε σε πόσο χρόνο η τιμή του προϊόντος θα γίνει ίση με $1/16$ της αρχικής του τιμής.

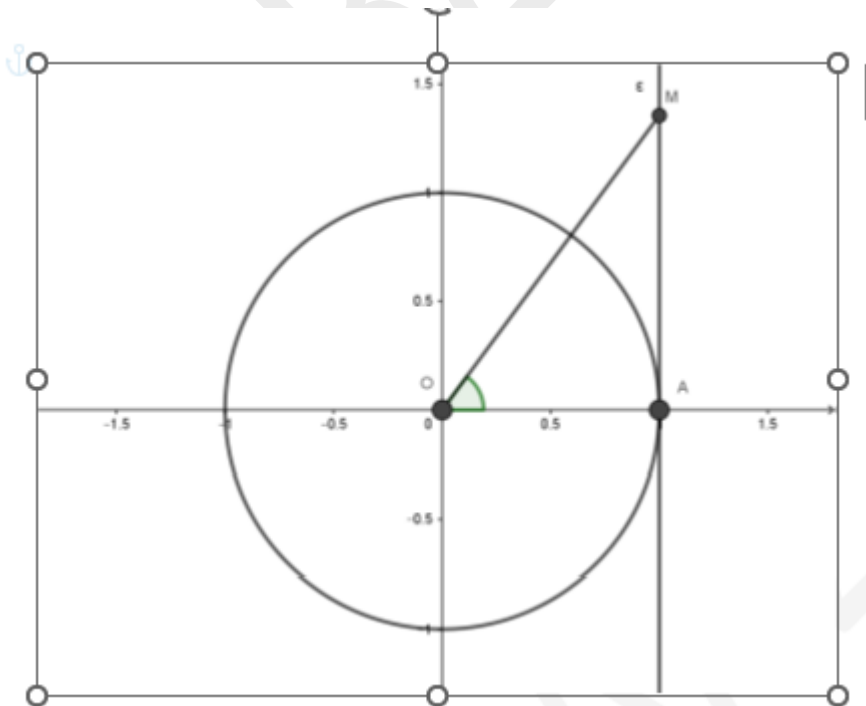
(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τον ελάχιστο χρόνο για τον οποίο η τιμή του προϊόντος δεν υπερβαίνει το $1/9$ της αρχικής του τιμής.

(Μονάδες 10)

Θέμα 3

Το εμβαδόν του τριγώνου OAM που βλέπετε στο παρακάτω σχήμα είναι $(OAM) = \frac{4}{6}$ τετραγωνικές μονάδες. Η ευθεία ε είναι εφαπτόμενη στον κύκλο στο σημείο A .



α) Να αποδείξετε ότι για τη γωνία $\omega = \widehat{AOM}$ ισχύει $\varepsilon\phi\omega = \frac{4}{3}$, $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$.

(Μονάδες 08)

β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\sigma\phi\omega$ της γωνίας $\omega = \widehat{AOM}$ αν ισχύει $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$.

(Μονάδες 08)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu^2 x - 5\eta\mu\omega \cdot \eta\mu x + 5\sigma\upsilon\nu\omega$ και του άξονα x' , όπου $\omega = \widehat{AOM}$ η γωνία του προηγούμενου ερωτήματος και $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 09)

Θέμα 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = 2x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = 2x^2 - 4x + 8$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση φ είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

(Μονάδες 4)

β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2(x - 1)^2 + 6$, $x \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , να βρείτε:

- i. Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης f .

(Μονάδες 6)

- ii. Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

(Μονάδες 4)

- iii. Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας με εξίσωση $y = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ .

(Μονάδες 7)

Καλή τύχη !