

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ**

**Θέμα 1**

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i) Οι ευθείες  $y = 2x + 1$  και  $4x - 2y + 5 = 0$  είναι παράλληλες.

ii) Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$  είναι πάντα εξίσωση.

iii) Αν  $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ , τότε  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ .

iv) Το  $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\gamma}$  παριστάνει διάνυσμα

v) Η εξίσωση  $2x^2 + 4y^2 = 4$  παριστάνει έλλειψη.

**(Μονάδες 10)**

β) Να αποδείξετε δυο διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι παράλληλα μεταξύ τους αν και μόνο αν ισχύει  $\lambda \vec{\alpha} = \vec{\beta}$ .

**(Μονάδες 15)**

**Θέμα 2**

α) Δίνεται η εξίσωση:  $x - y + 2 + \lambda(x + y - 6) = 0$  με  $\lambda$  πραγματικό αριθμό.

i. Να αποδειχτεί ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία γραμμή

**(Μονάδες 6)**

ii. Να αποδειχτεί ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) (Οικογένεια ευθειών) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

(Μονάδες 7)

iii. Ποια από τις παραπάνω ευθείες είναι παράλληλη στην ευθεία

$$\zeta : y = x;$$

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε το διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  το οποίο είναι κάθετο στο διάνυσμα

$$\vec{\beta} = (-1, 3) \text{ και έχει μέτρο } 2\sqrt{10}.$$

(Μονάδες 6)

### Θέμα 3

α) Να βρείτε την εκκεντρότητα της υπερβολής  $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ , της οποίας η

ασύμπτωτη  $y = \frac{\beta}{\alpha}x$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $30^\circ$ .

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία  $A(4, 2)$ ,  $B(2, 4)$  και  $\Gamma(2, 2)$ .

(Μονάδες 7)

γ) Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων της έλλειψης  $2x^2 + y^2 = 3$ , οι οποίες είναι παράλληλες προς την ευθεία  $y = 2x + 10$

(Μονάδες 6)

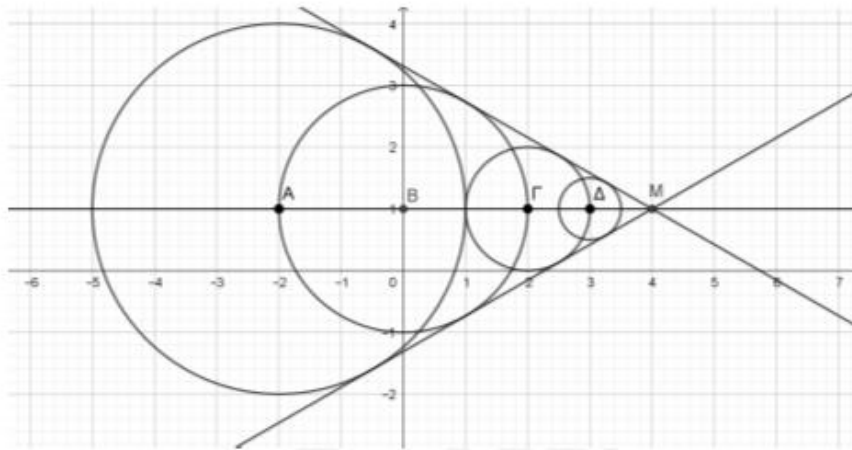
δ) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων, την εστία της στον άξονα  $x$  και εφάπτεται στην ευθεία  $y = 2x + 1$

(Μονάδες 6)

### Θέμα 4

Επιστήμονες προκειμένου να μελετήσουν υδρόβιο έντομο κατέγραψαν στιγμιότυπα από τους ομόκεντρους κύκλους με κέντρα τα σημεία

Α, Β, Γ, Δ και ακτίνες  $3, 2, 1, \frac{1}{2}$  αντίστοιχα, που σχηματίζονται σε κάθε προσγείωση του στο νερό. Η εικόνα από τις εναέριες λήψεις αποτυπώθηκαν σε σύστημα αξόνων όπως φαίνεται στο σχήμα. Το έντομο κινούμενο ευθύγραμμο περνάει από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ για να καταγραφεί την στιγμή που καταλήγει στο σημείο Μ.



α) Να βρείτε την εξίσωση της πορείας του εντόμου.

**(Μονάδες 4)**

β) i. Να δείξετε ότι η ευθεία  $(\varepsilon_1): y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-4\sqrt{3}}{3}$  είναι κοινή εφαπτόμενη των τεσσάρων κύκλων.

**(Μονάδες 7)**

ii. Να βρείτε την εξίσωση της άλλης κοινής εφαπτομένης.

**(Μονάδες 10)**

γ) Με βάση το μοτίβο που ακολουθούν οι κινήσεις του εντόμου να βρείτε ότι η τελική θέση του εντόμου είναι το σημείο  $M(4,1)$ .

**(Μονάδες 4)**

**Καλή τύχη !**