

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ

Θέμα 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

i) Αν $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι πάντα συγγραμμικά.

ii) Αν $\lambda \vec{\alpha} = \vec{0}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ τότε οπωσδήποτε $\vec{\alpha} = \vec{0}$.

iii) Αν $\lambda \vec{\alpha} + \mu \vec{\beta} = \vec{0}$ και $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ μη συγγραμμικά, τότε $\lambda = \mu = 0$.

iv) Τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} + \vec{j}$ και $\vec{\beta} = -\vec{i} + \vec{j}$ είναι κάθετα.

v) Τα αντίθετα διανύσματα έχουν ίσα μέτρα.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha} = (x, y)$ είναι ίσο με $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(Μονάδες 15)

Θέμα 2

α) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, και $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = 5$. Να δείξετε ότι $3 \leq |\vec{\beta}| \leq 7$.

(Μονάδες 7)

β) Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, Μ είναι το μέσο της ΑΓ και Δ, Ε σημεία τέτοια

ώστε $\vec{AD} = \frac{1}{4} \vec{AB}$ και $\vec{GE} = \frac{1}{2} \vec{B\Gamma}$.

i) Να εκφράσετε τα διανύσματα \vec{DM} και \vec{DE} ως γραμμικό συνδυασμό των \vec{AB} , \vec{AG}

(Μονάδες 5)

ii) Να δείξετε ότι τα σημεία Δ, Μ, Ε είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 5)

iii) Αν Η είναι το μέσο της ΜΕ, τότε να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΗΓΔ είναι παραλληλόγραμμο

(Μονάδες 8)

Θέμα 3

α) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - y^2 - 2ax + 10ay - 24a^2 = 0$ με a πραγματικό αριθμό.

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει 2 ευθείες ϵ_1, ϵ_2 .

(Μονάδες 6)

ii) Να βρείτε το σημείο τομή τους Μ.

(Μονάδες 5)

iii) Να βρείτε την γραμμή που κινείται το Μ.

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $3x + 4y = 0$ και $5x + 2y + 1 = 0$.

(Μονάδες 10)

Θέμα 4

α) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των μέσων των χορδών του κύκλου $x^2 + y^2 = 9$, που διέρχονται από το σημείο Α(2,1).

(Μονάδες 7)

β) Δίνονται οι κύκλοι $C_1: (x - 6)^2 + y^2 = 36$, $C_2: x^2 + y^2 = 4$. Να βρείτε τις κοινές τους εφαπτόμενες.

(Μονάδες 8)

γ) Έστω η παραβολή $y^2=2px$ και ένα σημείο της $A(x_1, y_1)$. Φέρνουμε την εφαπτομένη της παραβολής στο A , που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο B και την παράλληλη από το A στον άξονα $x'x$, που τέμνει τη διευθετούσα στο Γ . Να αποδειχτεί ότι το τετράπλευρο $AEB\Gamma$ είναι ρόμβος με κέντρο στον άξονα $y'y$.

(Μονάδες 10)

Καλή τύχη !